III. kategória – ČVOH 2026 – Krajské kolo **Meno a priezvisko:** _____

PRÍKLADY (40b, 40 min)

1.) Kométa na eliptickej dráhe okolo Slnka obieha najďalej 61,5 au a najbližšie 0,5 au od Slnka. Vypočítajte, aká je orbitálna perióda kométy **(10b)**

2.) Asteroid má synodickú obežnú dobu 2,5 roka. Predpokladáme, že asteroid aj Zem obiehajú po kruhových dráhach. Vypočítajte jeho vzdialenosť od Slnka. **(10b)**

3.) Aká je výška Slnka nad obzorom počas hornej kulminácie v deň, keď má deklináciu 10°? Pozorujeme z miesta so zemepisnou šírkou +48°. **(5b)**

4.) Asteroid sa pohybuje okolo Slnka po dráhe s veľkou polosou *a =1,92 au* a excentricitou *e = 0,75*. Vypočítajte: (a) jeho obežnú dobu, (b) najmenšiu vzdialenosť od Slnka, (c) dĺžku malej polosi. **(15b)**

1.) Veľká polos je priemerom vzdialenosti perihélia a afélia kométy od Slnka.

$$a = \frac{r_\mathrm{p} + r_\mathrm{a}}{2} = \frac{0{,}5 + 61{,}5}{2} = 31\,\mathrm{au}\,,$$

$$P = \sqrt{a^3} = \sqrt{31^3} = 172{,}6\,\mathrm{rokov}\,.$$

Obežná doba P je potom z 3. Keplerovho zákona rovná **172,6 rokov**.

2.)

Ak sa dráha asteroidu nachádza vnútri dráhy Zeme, pre siderickú obežnú dobu asteroidu platí

$$P = \frac{SP_\oplus}{S + P_\oplus} = \frac{2{,}5 \cdot 1}{2{,}5 + 1} = 0{,}71\,\mathrm{roka}\,.$$

Polomer dráhy asteroidu dopočítame z 3. Keplerovho zákona

$$a = \sqrt[3]{P^2} = \sqrt[3]{0{,}71^2} = 0{,}8\,\mathrm{au}\,.$$

V prípade, že sa jedná o vonkajší asteroid, platí pre jeho siderickú obežnú dobu

$$P = \frac{SP_\oplus}{S - P_\oplus} = \frac{2{,}5 \cdot 1}{2{,}5 - 1} = 1{,}67\,\mathrm{roka}\,.$$

Polomer dráhy je vtedy

$$a = \sqrt[3]{P^2} = \sqrt[3]{1{,}67^2} = 1{,}4\,\mathrm{au}\,.$$

3.) Výška Slnka nad obzorom H bez deklinácie: 90° - Phi = 90° - 48.4199 ≈ **42°**
H=(90-fi)+10=90-48+10=52 stup. (treba si to nakresliť)

4.) (a) Obežnú dobu získame z 3. Kepleroveho zákona

$$P = \sqrt{a^3} = \sqrt{1{,}92^3} = 2{,}66\,\text{roka}\,.$$

(b) Vzdialenosť perihélia od Slnka je

$$r_\text{p} = a(1-e) = 1{,}92 \cdot (1-0{,}75) = 0{,}48\,\text{au}\,.$$

(c) Medzi veľkou polosou, malou polosou a excentricitou elipsy platí nasledujúci vzťah

$$b^2 + e^2a^2 = a^2\,,$$

$$b = a\sqrt{1-e^2} = 1{,}92 \cdot \sqrt{1-0{,}75^2} = 1{,}27\,\text{au}\,.$$