II. kategória – ČVOH 2026 – Krajské kolo **Meno a priezvisko:** _____

PRÍKLADY (40b, 40 min)

1.) Určte druhú kozmickú rýchlosť. (Je to rýchlosť, pri ktorej raketa unikne z dosahu gravitačného pôsobenia Zeme.) **(10b)**

2.) V pozorovateľni na Hvezdárni a planetáriu M. R. Štefánika v Hlohovci sa nachádza ďalekohľad Hazucha, ktorého ohnisková vzdialenosť objektívu je 2 600 mm. Ak by sme naň osadili okulár s f = 20 mm, aké by bolo jeho zväčšenie? **(10b)**

3.) Planéta Venuša má strednú vzdialenosť od Slnka približne 0,723 au. (A jej excentricita je najnižšia zo všetkých planét.) Zo Zeme je vyslaný signál na obsluhu sondy na jej obežnej dráhe, keď je v dolnej konjunkcii. Tento signál použijeme ako radarový a teda pokúsime sa zachytiť jeho odraz. Za aký čas (v sekundách) sa vráti na Zem signál odrazený od sondy na obežnej dráhe Venuše? Pre jednoduchosť počítajte rýchlosť svetla ako c = 300 000 km/s. Môžeme výšku sondy nad povrchom planéty zanedbať? Ak áno, zdôvodnite. **(10b)**

4.) Pozorovateľ na Zemi zistil, že istá planétka je v opozícii každých 665 dní. Aká je veľká polos jej dráhy? **(10b)**

1.)

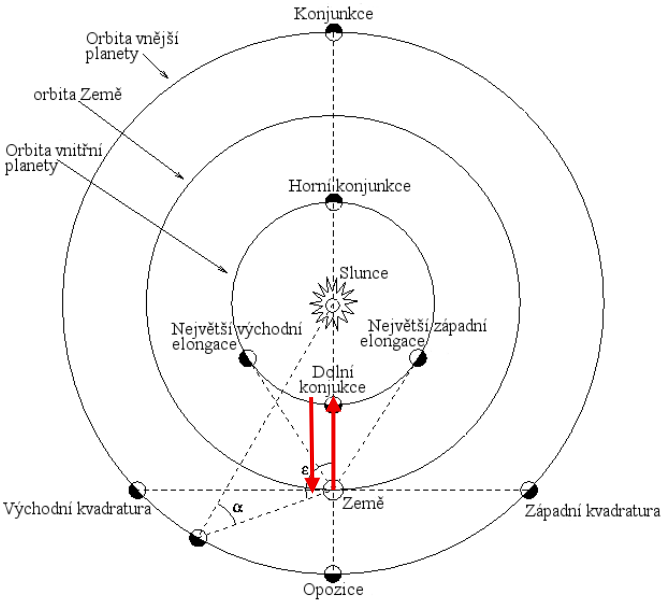
Druhá kozmická (úniková) rýchlosť sa vypočíta podľa vzorca

$$v_{\mathrm{esc}} = \sqrt{\frac{2GM_{\oplus}}{R_{\oplus}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}673 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}9736 \cdot 10^{24}}{6378 \cdot 10^{3}}} = 11\,200\,\mathrm{m\,s^{-1}} = 11{,}2\,\mathrm{km\,s^{-1}}\,.$$

2.) Zväčšenie ďalekohľadu počítame ako:

$$Z = \frac{f_{objektív}}{f_{okulár}} = \frac{2600\ mm}{20\ mm} = 130x$$

3.)



(Pár 100 km je oveľa menej, než au! Takže môžeme.)

1 au = 149 597 870 700 m

(... stačí si pamätať aj približne, že 1 au je cca 150 miliónov km)

Dolná konjunkcia ..... signál letí tam aj späť. Najprv preletí vzdialenosť od Zeme ku Venuši, potom ešte vzdialenosť od Venuše k Zemi.

$2 \times (a_{Zem} - a_{Venuša}) = 2 * (1 - 0{,}723)$ au $= 2 * (0{,}277)$ au $= 0{,}574$ au

$$v = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{t}$$

(Podotknime, že signál sa šíri rýchlosťou svetla, teda v = c = 297 792 458 m/s, čo je naozaj približne 300 000 km/s, ako je v zadaní.)

Výsledný čas bude v sekundách:
t = (0,554 *149 597 870,7 km)/(300 000 km/s)
= 276.2574 sekúnd => čo je asi 4.60 min = 4 min 36.26 sec

4.)

Na základe toho, že planétku pozorujeme v opozícii, vieme, že je vonkajšia. Vzťah medzi jej synodickou a siderickou obežnou dobou je

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P_\oplus} - \frac{1}{P}\,,$$

P je siderická obežná doba planétky a $P_\oplus$ je siderická obežná doba Zeme.

$$P = \frac{SP_\oplus}{S - P_\oplus}\,,$$

$$P = \frac{665 \cdot 365{,}25}{665 - 365{,}25} = 810{,}31\,\text{dní} = 2{,}219\,\text{rokov}\,.$$

Pre objekty v slnečnej sústave sa dá použiť zjednodušená podoba 3. Kepleroveho zákona, do ktorej sa obežná doba P dosadí v rokoch a veľká polos a v astronomických jednotkách

$$P^2 = a^3\,,$$

$$a = \sqrt[3]{P^2} = \sqrt[3]{2{,}219^2} = 1{,}701\,\text{au}\,.$$